

Викладач - Лісовська Юлія Михайлівна
Навчальний предмет: Математика (Геометрія)
I курс (10 клас)

Тема уроку: Взаємне розміщення прямих у просторі

Тип уроку: урок засвоєння нових знань

Мета уроку:

Навчальна: домогтися розуміння того, як можуть розміщуватися у просторі пряма і площина, поняття паралельності прямої та площини, сформулювати вміння застосовувати ознаку паралельності прямої та площини при розв'язуванні задач;

Розвиваюча: розвивати логічне мислення, пам'ять, увагу, культуру математичного мовлення, пізнавальний інтерес;

Виховна: виховувати моральні якості – почуття обов'язку, старанності, уважності, активної позиції щодо навчання, самостійності; поважного відношення одне до одного.

Обладнання, наочність: підручник, комп'ютер і проєктор, освітня платформа Google Classroom.

Хід уроку

Організаційний момент

Перевірка готовності учнів до уроку, перевірка присутніх на уроці

Перевірка домашнього завдання

Повідомлення теми, мети уроку

Мотивація навчальної діяльності учнів

Оскільки з різним випадками взаємного розміщення прямих у просторі ми вже знайомі, необхідно з'ясувати як можуть розміщуватись у просторі пряма і площина

Актуалізація опорних знань учнів

Фронтальне опитування

- 1) Як розуміти вираз: пряма належить площині?

Очікувана відповідь: Вираз "пряма належить площині" означає, що всі точки цієї прямої також є точками цієї площини.

- 2) Що означає: пряма і площина перетинаються?

Очікувана відповідь: вислів "пряма і площина перетинаються" означає, що існує принаймні одна точка, яка одночасно належить як прямій, так і площині.

- 3) Згадайте і сформулюйте теорему про належність площині прямої, дві точки якої належать площині.

Очікувана відповідь: Якщо дві точки прямої належать площині, то вся пряма належить цій площині.

Вивчення нового матеріалу

Колективна форма роботи (бесіда з учнями з елементами зв'язного пояснення).

1. Поняття прямої, паралельної площині, та ознака паралельності прямої і площини.

При поясненні користуємось теоретичним матеріалом з підручника, що виводимо на проектор:

Пряма і площина називаються паралельними, якщо вони не мають спільних точок. Паралельність прямої a і площини α позначається так: $a \parallel \alpha$. Наочне уявлення про пряму, яка паралельна площині, дають лінії перетину стіни і стелі — ці лінії паралельні площині підлоги. Відрізок називається паралельним площині, якщо він є частиною прямої, паралельної площині.

2. Взаємне розміщення прямої і площини у просторі.



Здобувачі освіти виконують вправу доступну за QR –кодом (QR –код виводиться на екран проектора, здобувачі освіти сканують його камерою телефону, або переходять за посиланням

<https://learningapps.org/display?v=pcy5b1g7a23>

посилання розміщується на освітній платформі Google Classroom, у відповідному класі)

3. Сформулюємо та доведемо ознаку паралельності прямої і площини.

Якщо пряма, яка не належить площині, паралельна якій-небудь прямій у цій площині, то вона паралельна і самій площині.

- Доведення ознаки (записується на дошці і в зошитах).

Дано: площина α , $a \parallel b$; $b \subset \alpha$.

Довести: $a \parallel \alpha$.

Доведення(методом від супротивного)

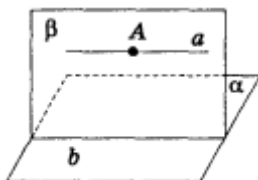


Рис. 52

Проведемо площину β через прямі a і b . Припустимо, що пряма a не належить площині α . Тоді a і α мають спільну точку A .

Якщо $A \in b$, то a і b мають спільну точку A , що суперечить умові.
Якщо $A \in b$, то a і b мимобіжні, що суперечить умові. Отже, $a \parallel \alpha$.

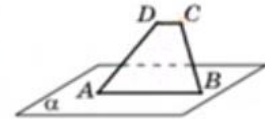
Розв'язування завдань

Напівсамостійна робота: один з учнів розв'язує завдання на дошці або коментує розв'язання з місця, а решта розв'язує його в зошитах.

① 4.1. Основа AB трапеції $ABCD$ належить площині α (мал. 4.11), а основа DC не належить цій площині. Як розміщена пряма DC відносно площини α ?

Розв'язок

Якщо $ABCD$ - трапеція, то 2 основи трапеції є паралельними - $AB \parallel DC$.



Мал. 4.11

По умові задачі основа AB належить площині α - $AB \subset \alpha$.

За ознакою паралельності прямої і площини:

якщо $AB \parallel DC$ і $AB \subset \alpha$, то $DC \parallel \alpha$

4.3. Площина проходить через одну з двох паралельних прямих і не проходить через другу. Яке взаємне розміщення площини і другої прямої?

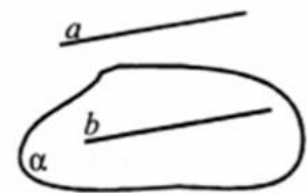
Розв'язок

По умові задачі задані 2 паралельні прямі:

$$a \parallel b$$

По умові задачі одна пряма (b) належить площині α :

$$b \subset \alpha$$



За ознакою паралельності прямої і площини:

Якщо $a \parallel b$ і $b \subset \alpha$, то $a \parallel \alpha$ ✪

Значить, друга пряма паралельна до площини.

2 4.8. Чи можливо, щоб пряма a перетинала площину α , але у площині α існувала пряма, паралельна a ?

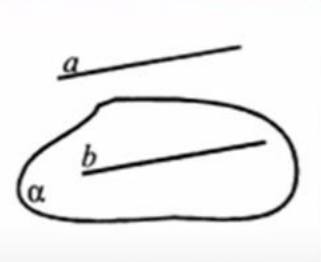
Розв'язок

Якщо існує пряма, паралельна a :

$$a \parallel b$$

Пряма b лежить у площині α :

$$b \subset \alpha$$



За ознакою паралельності прямої і площини:

$$\text{Якщо } a \parallel b \text{ і } b \subset \alpha, \text{ то } a \parallel \alpha$$

Отже, пряма a не може перетинати площину α , тому що вона паралельна до площини α .

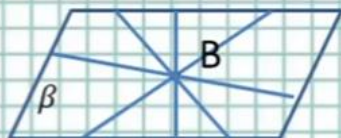
Індивідуальна самостійна робота (розв'язування завдання кожним учнем окремо)

4.5. Скільки прямих, паралельних даній площині, можна провести через точку, що не лежить у цій площині? Виконайте малюнок.

Розв'язок



Дано:
площина α ;
т. B .



Якщо в площині α поставити т. A , то через неї можна провести безліч прямих.

До прямих площини α через т. B можна провести безліч прямих, паралельних до прямих площини α .

Причому через прямі, що проходять через т. B , можна провести площину β .

Значить, безліч прямих, паралельних до площини α , можна провести через т. B .

4.9. Доведіть, що коли площина перетинає одну з двох паралельних прямих, то вона перетинає і другу.

Розв'язок

Якщо $m \parallel n$, то 2 паралельні прямі задають площину α .

Якщо $\beta \cap n$, то точка перетину лежить на прямій перетину c .

Причому пряма c належить як площині α , так і площині β :

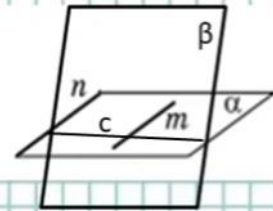
$$c \subset \alpha \quad \text{і} \quad c \subset \beta.$$

Розглянемо тільки площину α :

якщо пряма c перетинає одну з паралельних прямих n , то вона перетинає і другу пряму m .

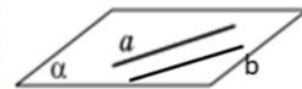
Якщо $m \cap c$, то $m \cap \beta$.

Значить, площина β перетинає і другу пряму m .



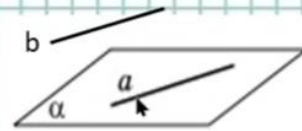
3) Якщо $a \parallel b$ і $a \subset \alpha$, то

- пряма b може лежати у площині α :
 $b \subset \alpha$



- пряма b може не лежати у площині α , але бути паралельною до α :

$$b \parallel \alpha$$



Учням, які першими розв'яжуть завдання, треба спробувати виконати ще й додаткове завдання.

Робота над додатковим завданням припиняється одразу, як тільки клас переходить на інший вид діяльності. Дітям, які не встигли чи не змогли виконати додаткове завдання, пропонується подумати над ним вдома. Невиконання його не впливає на оцінку роботи учня.



4) Ромб $ABCD$ і трапеція $BCMK$ (BC — основа трапеції) не лежать в одній площині. Яке взаємне розміщення прямих MK і AD ?



5) Трикутники ABC і ADC не лежать в одній площині. Точки M , N , P є серединами відрізків AB , AC , AD відповідно. Точка H ділить відрізок AB у відношенні $1:2$, починаючи від вершини B . Визначте взаємне розміщення прямих:

1) MN і CH ;

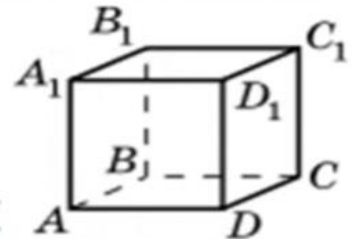
2) CH і NP .

Відповідь обґрунтуйте.

Робота у групах

Кожна група знаходить відповіді на стільки запитань, на скільки зможе за фіксований час. (Перемагає та група, що запише найбільшу кількість правильних відповідей)

- 4.6. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямокутний паралелепіпед (мал. 4.14). Запишіть усі прями:
- 1) паралельні площині ABC ;
 - 2) які перетинають площину ABB_1 ;
 - 3) які належать площині $AA_1 D$.



Мал. 4.14

Розв'язок

- 1) $A_1 D_1 \parallel AD, A_1 B_1 \parallel AB, B_1 C_1 \parallel BC, C_1 D_1 \parallel CD$
 $AD \subset (ABC), AB \subset (ABC), BC \subset (ABC), CD \subset (ABC)$.

За ознакою паралельності прямої і площини:

$$A_1 D_1 \parallel (ABC), A_1 B_1 \parallel (ABC), B_1 C_1 \parallel (ABC), C_1 D_1 \parallel (ABC).$$

- 2) $AD \cap (ABB_1) = A, A_1 D_1 \cap (ABB_1) = A_1,$
 $BC \cap (ABB_1) = B, B_1 C_1 \cap (ABB_1) = B_1.$

- 3) $AA_1 \subset (AA_1 D), A_1 D_1 \subset (AA_1 D), DD_1 \subset (AA_1 D), AD \subset (AA_1 D).$

- 4.10. Прямі a і b паралельні. Яким може бути взаємне розташування прямої b і площини α , якщо:

- 1) a і α паралельні; 2) a і α перетинаються;
- 3) пряма a лежить у площині α ?

Виконайте відповідні малюнки.

Розв'язок

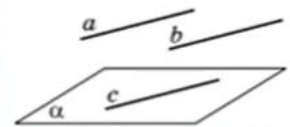
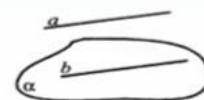
- 1) Якщо $a \parallel b$ і $a \parallel \alpha$, то

- пряма b може лежати у площині α :

$$b \subset \alpha$$

- пряма b може не лежати у площині α , але бути паралельною до α :

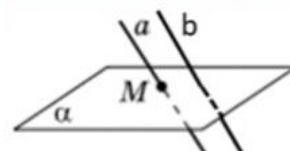
$$b \parallel \alpha$$



- 2) Якщо $a \parallel b$ і $a \cap \alpha$, то

пряма b також перетинає площину α :

$$b \cap \alpha$$



Підсумок уроку

1. Як можуть розташовуватися пряма і площина у просторі?
2. Сформулюйте ознаку паралельності прямої і площини.

Домашнє завдання

Переглянути відео за посиланням (*посилання розміщується на освітній платформі Google Classroom, у відповідному класі*)

https://youtu.be/repRqzJ4wjw?si=Rs6C_qIT20nG_4kd

Опрацювати конспект та виконати № 4,2; 4,4; 4,7; 4,11.

Рефлексія