

Викладач - Лісовська Юлія Михайлівна

Навчальний предмет: Математика (Алгебра і початки аналізу)

I курс (10 клас)

Тема уроку: Властивості кореня n -го степеня

Тип уроку: урок засвоєння нових знань

Мета уроку:

Навчальна: повторити знання учнів із теми «Квадратний корінь»; сформувані поняття й засвоїти властивості кореня n -го степеня та застосовувати набуті знання до розв'язання практичних завдань ;

Розвиваюча: розвивати вміння використовувати властивості кореня n -го степеня та розпізнавати ситуації в завданнях, які можна розв'язати за допомогою властивостей кореня n -го степеня; розвивати пізнавальну та інформаційну компетентність, логічне, самостійне, творче мислення та усний рахунок, математичне мовлення учнів;

Виховна: виховувати інтерес до вивчення точних наук; виховувати активність, увагу, спостережливість.

Обладнання, наочність: підручник, комп'ютер і проектор, освітня платформа Google Classroom.

Хід уроку

Організаційний момент

Перевірка готовності учнів до уроку, перевірка присутніх на уроці

Перевірка домашнього завдання

Повідомлення теми, мети уроку

Мотивація навчальної діяльності учнів

В попередніх класах вивчили означення квадратного кореня, властивості, застосовували ці властивості до перетворення виразів з коренями. Та якщо існує дія піднесення до степеня (квадрат, куб, четверта степінь числа), то і існує обернена дія – добування кореня n -го степеня . Тому на сьогоднішньому уроці ми з вами розширимо поняття кореня n -го степеня і вивчимо його властивості.

Актуалізація опорних знань учнів

Фронтальне опитування

1) Що називається квадратним коренем з числа?

Очікувана відповідь: квадратним коренем з числа a називають число, квадрат якого дорівнює a .

Наприклад: числа 4 і (-4) є квадратні корені з числа 16, бо $4^2=16$ і $(-4)^2=16$.

2) Чому дорівнює квадратний корінь з чисел: а) 36; б) 900; в) 0; г) -100?

3) Чому квадратний корінь з від'ємного числа не існує?

Очікувана відповідь: Тому що немає такого числа, квадрат якого дорівнював би від'ємному числу.

4) При яких значеннях a має зміст вираз \sqrt{a} ?

Очікувана відповідь: Вираз \sqrt{a} має зміст при $a \geq 0$.

5) Що називається арифметичним квадратним коренем з невід'ємного числа a ?

Очікувана відповідь: Арифметичним квадратним коренем з невід'ємного числа a називається невід'ємне число, квадрат якого дорівнює a .

Вивчення нового матеріалу

1. Означення кореня n -го степеня з дійсного числа.

При поясненні користуємось теоретичним матеріалом з підручника, що виводимо на проектор:

Коренем n -го степеня із дійсного числа a називається таке число, n -ий степінь якого дорівнює a .

2. Означення арифметичного кореня n -го степеня.

Арифметичним коренем n -го степеня з невід'ємного числа a називається невід'ємне число, n -ий степінь якого дорівнює a .

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[n]{a} = b \\ a \geq 0 \\ n \in \mathbb{Z}, n \geq 2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} b^n = a \\ b \geq 0 \end{array} \right.$$

3. Основні властивості арифметичного кореня n – го степеня.

$$1) \quad \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & \text{якщо } n - \text{ парне} \\ a, & \text{якщо } n - \text{ непарне} \end{cases} \quad a \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}$$

$$2) \quad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \quad a \geq 0; b \geq 0$$

$$3) \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad a \geq 0; b > 0$$

$$4) \quad (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} \quad n \in \mathbb{N}; k \in \mathbb{Z}; a > 0$$

$$5) \quad \sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a} \quad n \in \mathbb{N}; k \in \mathbb{N}; a \geq 0$$

$$6) \quad \sqrt[mn]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^k} \quad n \in \mathbb{N}; k \in \mathbb{N}; m \in \mathbb{N}; a \geq 0$$

Розв'язування завдань

(Учні по черзі виходять до дошки)

Знайдіть значення виразу (3.11–3.12):

$$3.11. 1) \sqrt[3]{\frac{1}{8}} - \sqrt[4]{\frac{1}{16}}; \quad 2) \sqrt[5]{-0,00032} + \sqrt[3]{\frac{1}{125}};$$

$$3) 10^6 \sqrt[6]{\frac{1}{64}} + \sqrt[4]{\frac{81}{125}}; \quad 4) \sqrt[7]{\frac{128}{2187}} + \sqrt[4]{\frac{81}{625}}.$$

Розв'язок

$$1) \sqrt[3]{\frac{1}{8}} - \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0.$$

$$2) \sqrt[5]{-0,00032} + \sqrt[3]{\frac{1}{125}} = -0,2 + \frac{1}{5} = -0,2 + 0,2 = 0.$$

$$3) 10^6 \sqrt[6]{\frac{1}{64}} + \sqrt[4]{\frac{81}{625}} = 10 \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = 5 + \frac{3}{5} = 5 + \frac{6}{10} = 5,6.$$

$$4) \sqrt[7]{\frac{128}{2187}} + \sqrt[4]{\frac{81}{625}} = \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 2 + 3 \cdot 3}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15}$$

3.3. Доведіть, що:

- 1) число $\frac{1}{2}$ є арифметичним кубічним коренем із числа $\frac{1}{8}$;
- 2) число 5 є арифметичним коренем четвертого степеня із числа 625;
- 3) число -1 не є арифметичним коренем шостого степеня із числа 1;
- 4) число 0,1 не є арифметичним коренем п'ятого степеня із числа 0,0001.

Розв'язок

Щоб довести, що якесь число є коренем, то треба виконати обернену дію і піднести це число до степеня:

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$$

$$2) 5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 25 = 625$$

$$\sqrt[4]{625} = 5$$

$$3) 1^6 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

$$\sqrt[6]{1} = 1$$

$$4) 0,1^5 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,00001$$

$$\sqrt[5]{0,00001} = 0,1$$

Обчисліть (3.17–3.18):

3.17. 1) $(\sqrt{5})^2$;

2) $(\sqrt[3]{7})^3$;

3) $(-\sqrt[6]{2})^6$;

4) $(\sqrt[4]{17})^4$.

Розв'язок

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$1) (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$2) (\sqrt[3]{7})^3 = 7$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$3) (-\sqrt[6]{2})^6 = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$4) (\sqrt[4]{17})^4 = 17$$

Доведіть, що (3.4–3.5):

3.4. 1) $\sqrt{361} = 19$;

2) $\sqrt[3]{-125} = -5$;

3) $\sqrt[6]{1} = 1$;

4) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} = \frac{1}{3}$;

5) $\sqrt[8]{0} = 0$;

6) $\sqrt[4]{0,0001} = 0,1$.

Розв'язок

Щоб довести, що якесь число є коренем, то треба виконати обернену дію і піднести це число до степеня:

1) $\sqrt{361} = 19$

$19^2 = 19 \cdot 19 = 361$

2) $\sqrt[3]{-125} = -5$

$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

3) $\sqrt[6]{1} = 1$

$1^6 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

4) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} = \frac{1}{3}$

$(\frac{1}{3})^5 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{243}$

5) $\sqrt[8]{0} = 0$

$0^8 = 0$

6) $\sqrt[4]{0,0001} = 0,1$

$0,1^4 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,0001$

(Робота в парах. Учні в парі обирають хто буде перший, а хто другий графік. Після завершення побудови обмінюються зошитами і перевіряють один одного звіряючи графік функції з її зображенням у середовищі geogebra)



(QR –коди для перевірки виводяться на екран проєктора, здобувачі освіти сканують їх камерою телефону, або переходять за посиланнями

<https://www.geogebra.org/m/q4t5sme9>

<https://www.geogebra.org/m/eygvwwvg>

посилання розміщується на освітній платформі Google Classroom, у відповідному класі)

Схематично побудуйте графік функції (3.13–3.14):

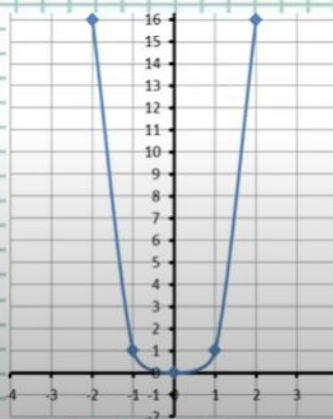
3.13. 1) $y = x^4$; 2) $y = x^9$.

Розв'язок

Щоб побудувати графік функції будемо брати декілька значень незалежної змінної (аргументу) x і для них знаходити значення y .

1) $y = x^4$;

x	y
-4	256
-3	81
-2	16
-1	1
0	0
1	1
2	16
3	81
4	256



Схематично побудуйте графік функції (3.13–3.14):

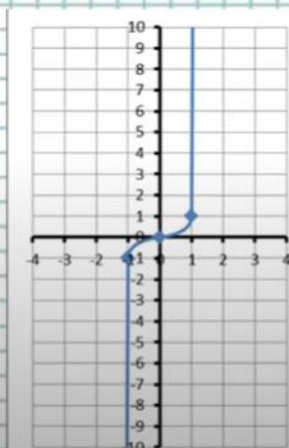
3.13. 1) $y = x^4$; 2) $y = x^9$.

Розв'язок

Щоб побудувати графік функції будемо брати декілька значень незалежної змінної (аргументу) x і для них знаходити значення y .

2) $y = x^9$.

x	y
-2	-512
-1	-1
0	0
1	1
2	512



(Індивідуальна робота. Після розв'язання учні виконують самоперевірку.
Правильні відповіді виводяться на екран проєктора)

Розв'яжіть рівняння (3.19–3.20):

3.19. 1) $x^3 = 64$; 2) $x^3 = -64$; 3) $x^6 = 1$; 4) $x^6 = -1$;
5) $x^5 = 17$; 6) $x^5 = -17$; 7) $x^8 = 0$; 8) $x^{10} = 2$.

Розв'язок

1) $x^3 = 64$

$$x = \sqrt[3]{64} = 4$$

2) $x^3 = -64$

$$x = \sqrt[3]{-64} = -4$$

3) $x^6 = 1$

$$x = \sqrt[6]{1} = |1| \quad x = \pm 1$$

4) $x^6 = -1$

$$x = \sqrt[6]{-1}$$

коренів немає (\emptyset).

5) $x^5 = 17$

$$x = \sqrt[5]{17}$$

6) $x^5 = -17$

$$x = \sqrt[5]{-17} = -\sqrt[5]{17}$$

7) $x^8 = 0$

$$x = \sqrt[8]{0} = 0$$

8) $x^{10} = 2$

$$x = \pm \sqrt[10]{2}$$

Знайдіть значення виразу (3.6–3.7):

3.6. 1) $\sqrt{0,25}$; 2) $\sqrt[3]{64}$; 3) $\sqrt[4]{1}$; 4) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$.

Розв'язок

1) $\sqrt{0,25} = 0,5$, бо $0,5^2 = 0,25$.

2) $\sqrt[3]{64} = 4$, бо $4^3 = 64$.

3) $\sqrt[4]{1} = 1$, бо $1^4 = 1$.

4) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = -\frac{1}{2}$, бо $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$.

2 Обчисліть (3.9–3.10):

3.9. 1) $10\sqrt[3]{0,216}$; 2) $0,25\sqrt[3]{64}$; 3) $4\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$; 4) $3\sqrt[4]{7\frac{58}{81}}$.

Розв'язок

1) $10\sqrt[3]{0,216} = 10 \cdot 0,6 = 6,$
до $0,6^3 = 0,216.$

2) $0,25\sqrt[3]{64} = 0,25 \cdot 4 = 1,$
до $4^3 = 64.$

3) $4\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} = 4\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -6,$
до $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}.$

4) $3\sqrt[4]{7\frac{58}{81}} = 3\sqrt[4]{\frac{625}{81}} = 3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right) = 5,$
до $\left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{625}{81}.$

(Групова робота. Групи розв'язують завдання і знаходять відповідні пари на платформі learningapps за посиланням <https://learningapps.org/display?v=p726po7yk23> перемагає та група, що першою складе всі пари)

При яких значеннях змінної має зміст вираз (3.15–3.16):

3.15. 1) $\sqrt{x+2}$; 2) $\sqrt[3]{a+9}$; 3) $\sqrt[4]{9-3b}$; 4) $\sqrt[6]{5c-4}$?

Розв'язок

Коли степінь - непарна, вираз $\sqrt[2k+1]{a}$ має зміст для будь-яких значень a ($a \in \mathbb{R}$).

Коли степінь - парна, вираз $\sqrt[2k]{a}$ має зміст, якщо $a \geq 0$.

1) $n = 2$, то $x + 2 \geq 0$, $x \geq -2$
 $x \in [-2; +\infty)$

2) $n = 3$, то $a + 9 \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$
 $a \in (-\infty; +\infty)$

3) $n = 4$, то $9 - 3b \geq 0$, $9 \geq 3b$, $b \leq 3$
 $b \in (-\infty; 3]$

4) $n = 6$, то $5c - 4 \geq 0$, $5c \geq 4$, $c \geq 4/5$
 $c \in [4/5; +\infty)$

3.21. Чи належить графіку функції $y = \sqrt[4]{x}$ точка:

1) $A(0; 0)$; 2) $B(-1; 1)$; 3) $C(16; 2)$; 4) $D(81; -3)$?

Розв'язок

1) $\sqrt[4]{0} = 0$

$0 = 0$

Точка $A(0; 0)$ – належить.

2) $\sqrt[4]{-1}$ вираз не існує

Точка $B(-1; 1)$ – не належить.

3) $\sqrt[4]{16} = 2$

$2 = 2$

Точка $C(16; 2)$ – належить.

4) $\sqrt[4]{81} = 3$

$-3 \neq 3$

Точка $D(81; -3)$ – не належить.

(Виконання вправ різних рівнів складності)

середній рівень

Знайдіть значення виразу:

а) $\sqrt[3]{0,125 \cdot 216}$; б) $\frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[6]{128}}$; в) $\sqrt[4]{125^4 \sqrt{5}}$; г) $\sqrt[3]{\frac{27}{1000}}$; д) $\sqrt[5]{(0,2)^{10}}$.

достатній рівень

Спростить вираз:

а) $\sqrt[6]{(x+1)^6}$; б) $\sqrt[10]{(x-10)^{10}}$, якщо $x \geq 10$; в) $\sqrt[9]{p^9}$.

високий рівень

Спростить вираз:

$$\frac{\sqrt[3]{a^9 b^{15} c^{18}}}{\sqrt[6]{a^{24} b^{12} c^{42}}}, \text{ якщо } c < 0, a \neq 0, b \neq 0.$$

Підсумок уроку

1. Що називається коренем n -го степеня із числа a ?
2. Що називається коренем n -ятого степеня із числа a ?
3. Який знак має корінь непарного степеня з додатного числа, з від'ємного числа?
4. Яким правилом треба скористатися при визначенні знака кореня непарного степеня?
5. Що називається арифметичним значенням кореня (або арифметичним коренем)?
6. Сформулюйте найважливіші властивості коренів n -го степеня.

Домашнє завдання

Переглянути відео за посиланням (посилання розміщується на освітній платформі Google Classroom, у відповідному класі)

<https://www.youtube.com/watch?v=VLqA1BFpT9A>

Опрацювати конспект та виконати № 3,12; 3,14; 3,16; 3,18; 3.20.

Рефлексія